

VEKTORJI kot usmerjene daljice

Z uporabo svojih zapiskov in virov ponovi o vektorjih in reši naloge. Vse vstavi v svoj listovnik.

Naloge:

1. naloga

Preverimo poznavanje osnovnih pojmov o vektorjih:

definicija vektorja, pravokotnost, kolinearnost in koplanarnost vektorjev.

a. Imejmo dano kocko ABCDEFGH (oglišče E je nad A). Ugotovi in utemelji pravilnost naslednjih trditev:

- Vektorja \vec{CD} in \vec{GH} sta enaka.
- Vektorja \vec{BF} in \vec{EA} sta vzporedna.
- Vektorja \vec{BF} in \vec{EA} sta kolinearna.
- Vektorja \vec{FE} in \vec{GH} sta nasprotna.
- Vektorja \vec{BC} in \vec{GH} sta pravokotna.
- Vektorji \vec{BF} in \vec{BG} in \vec{AD} so koplanarni.
- Dva vektorja v ravnini sta vedno kolinearna. (Odgovor lahko utemeljiš s sliko.)
- Dva vektorja v prostoru sta vedno koplanarna. (Odgovor lahko utemeljiš s sliko.)

b. V kvadru ABCDEFGH (oglišče E je nad A) s tremi različnimi robovi poišči vsaj po en par enakih, vzporednih, nasprotnih, pravokotnih, kolinearnih in koplanarnih vektorjev. Pare izbiraj tako, da boš pojasnil razliko med navedenimi pojmi! Na robovih si lahko izbereš še dodatne točke P, R, da boš lažje odgovoril.

c. V pravilnem tetraedru ABCD poišči vsaj po en par enakih, vzporednih, nasprotnih, pravokotnih, kolinearnih in koplanarnih vektorjev. Pare izbiraj tako, da boš pojasnil razliko med navedenimi pojmi! Na robovih si lahko izbereš še dodatne točke P, R, da boš lažje odgovoril.

2. naloga

Preverimo seštevanje in odštevanje vektorjev, množenje vektorja s skalarjem, linearno kombinacijo vektorjev, bazo prostora.

- a. Dana je kocka ABCDEFGH (oglišče E je nad A). Točka P naj bo razpolovišče roba FG in točka R razpolovišče roba AD. Nariši skico!

Ugotovi in utemelji pravilnost naslednjih enakosti. Nepravilne enakosti popravi!

- $\vec{CD} = \vec{CB} + \vec{FE} + \vec{EH}$
- $\vec{CD} - \vec{BC} - \vec{EA} = \vec{CE}$
- $|AR| : |RD| = 1 : 2$
- $|AR| : |AD| = 1 : 1$
- $\vec{RD} = \frac{1}{2} \vec{DA}$
- $\frac{3}{2} \vec{RA} = \vec{DA}$
- $\vec{PA} = \frac{1}{2} \vec{GF} + \vec{FE} + \vec{EA} + \frac{1}{2} \vec{AD}$

Na robovih kocke si izberi tri bazne vektorje (bazo prostora).

Zapiši vektor \vec{RG} kot linearno kombinacijo baznih vektorjev.

Ali bi lahko vektor \vec{RG} zapisal tudi kot linearno kombinacijo samo dveh baznih vektorjev, ki bi ležala na robovih kocke? Odgovor utemelji.

- b. S čim je določena ortonormirana baza? Dan je kvader ABCDEFGH (E je nad A) z robovi, ki merijo: $|AB| = 4, |BC| = 2, |DH| = 3$. Zapiši ortonormirano bazo prostora, ki leži na robovih kvadra.
- c. Sestavi svojo nalogo ali iz virov izberi nalogo, v kateri bo uporabljena linearna kombinacija vektorjev. Navedi vir!

3. naloga

Preverimo skalarni produkt vektorjev, dolžino vektorja in kot med vektorjema.

a. Zapiši definicijo skalarnega produkta dveh vektorjev.

b. Ugotovi in utemelji pravilnost naslednjih trditev:

- Skalarni produkt dveh vektorjev je vektor, katerega dolžina je enaka produktu dolžin obeh vektorjev in kosinusa kota med vektorjema.
- Skalarni produkt je komutativen.
- Če je skalarni produkt vektorjev enak 0, potem sta vektorja vzporedna.
- Če sta vektorja vzporedna, je njun skalarni produkt enak 0.
- Če je skalarni produkt dveh vektorjev negativen, vektorja oklepata ostri kot.
- Skalarni produkt vektorjev \vec{a} in \vec{b} je enak produktu dolžine vektorja \vec{a} in pravokotne projekcije vektorja \vec{b} na smer vektorja \vec{a} .
- Skalarni produkt vektorja s samim seboj je dolžina vektorja.
- Kosinus kota med vektorjema je enak kvocientu skalarnega produkta teh dveh vektorjev in produkta dolžin teh dveh vektorjev.

c. Enotska vektorja oklepata kot 60. Koliko znaša njun skalarni produkt?

d. Skalarni produkt dveh enotskih vektorjev znaša -0,5. Kolikšen kot oklepata?

e. Izračunaj skalarni produkt vektorjev $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{y} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, če poznaš dolžini: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ in meri kot med \vec{a} in \vec{b} 120° .

f. Sestavi svojo nalogo ali iz virov izberi nalogo, v kateri bo uporabljen skalarni produkt vektorjev, dolžina vektorja ali (in) kot med vektorjema.

g. V kocki ABCDEFGH z robom 6 (oglišče E je nad A) naj bo točka P razpolovišče roba FG in točka R naj deli rob AD v razmerju $|AR| : |RD| = 1 : 2$.

Izračunaj dolžini vektorjev \vec{BR} in \vec{BP} . Izračunaj še kot med vektorjema \vec{BR} in \vec{BP} . Nasvet: uporabi njun skalarni produkt in njuni dolžini, ki si ju prej izračunal.

- h. Reši nalogo g še brez vektorjev, geometrijsko. Opiši, kako si računal in kaj si pri tem uporabil.
- i. Izberi si oglasto geometrijsko telo ter dva vektorja v njem. Nato izračunaj dolžino teh dveh vektorjev in kot med njima.