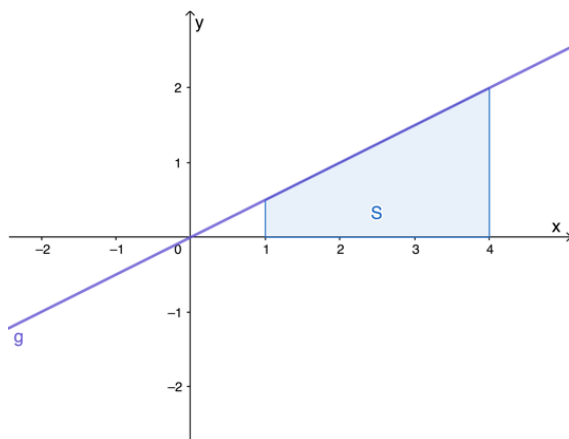


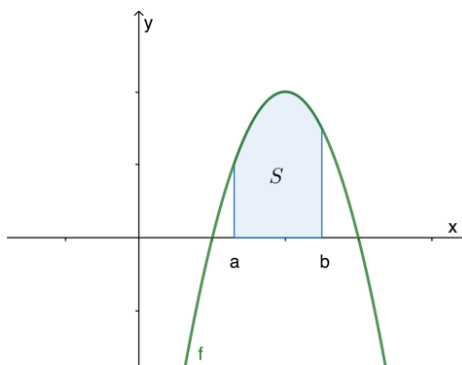
15B INTEGRALSKI RAČUN – Določeni integral

1. Kaj je določeni integral funkcije f ? Opiši geometrijski pomen določenega integrala zvezne funkcije f na intervalu $[a, b]$?
2. Po definiciji določenega integrala izračunaj ploščino osenčenega lika S iz slike.

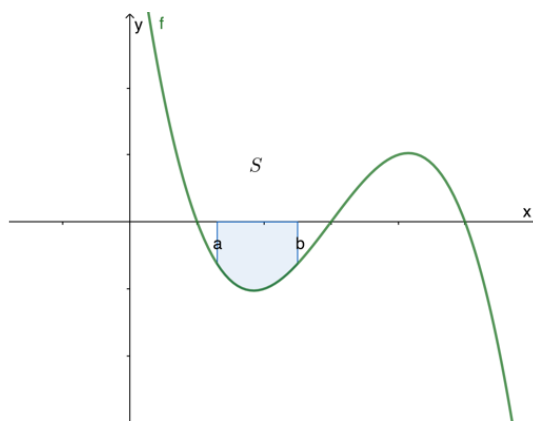


3. Zapiši zvezo med označenimi ploščinami in določenih integralom $\int_a^b f(x)dx$, če je zvezna funkcija f na intervalu $[a, b]$:

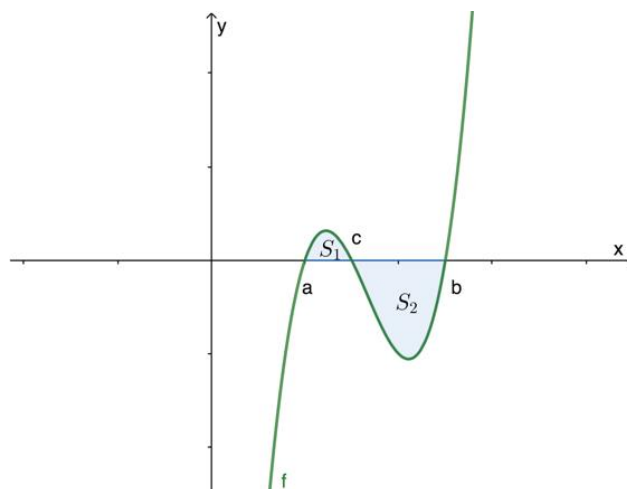
a) povsod nenegativna



b) povsod nepozitivna



c) pozitivna in negativna



4. Dopolni lastnosti določenega integrala:

a) Določeni integral vsote dveh funkcij je enak...

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx =$$

b) Določeni integral produkta funkcije s številom je enak....

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx =$$

c) Integracijsko spremenljivko lahko v integralu poljubno označimo:

$$\int_a^b f(x) dx =$$

d) Če sta meji določenega integrala enaki, je $\int_a^a f(x) dx =$

e) Če meji določenega integrala med seboj zamenjamo, se spremeni ...

$$\int_a^b f(x) dx =$$

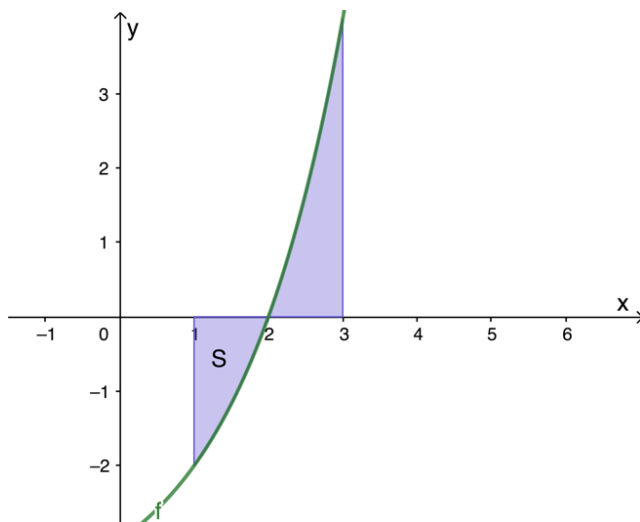
f) Če je f zvezna funkcija na intervalu $[a, b]$ in je $a < c < b$, je

$$\int_a^b f(x) dx =$$

g) Izrek o povprečni vrednosti zvezne funkcije f na intervalu $[a, b]$:

5. Zapiši Newton-Leibnitzovo formulo (osnovno formulo integralnega računa, ki pove zvezo med nedoločenim in določenim integralom).

6. Izračunaj ploščino osenčenega lika, če je na sliki graf funkcije $f(x) = 2^x - 4$.



Na spletu so prosto dostopni programi dinamične geometrije. Svojo rešitev preveri z uporabo programa.

7. Zapiši formulo za uvedbo nove spremenljivke v določeni integral.

8. Izračunaj določene integrale:

a) $\int_0^1 3\sqrt[3]{x} dx$

b) $\int_1^3 x^{-1} dx$

c) $\int_{-1}^2 e^x dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^3 x) \cos^{-2} x dx$

e) $\int_1^2 x^{-3} \ln x dx$

9. Zapiši vsa realna števila b , da bo vrednost integrala $\int_1^2 2x(x^2 - b)^2 dx$ enaka 3. Ali je v tej nalogi smiselno vpeljati novo spremenljivko? Nalogo reši še na ta način in odgovor utemelji.

10. Izračunaj povprečno vrednost funkcije $f(x) = \tan x$ na intervalu $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$.